

NOMS Prénoms des élèves du groupe :

-
-
-
-

Travail de groupe n° 4

1 heure

	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4	BONUS	Tenue du groupe
Total	3	3	3	10	2	1

Exercice 1

Déterminer de deux façons différentes $\text{PGCD}(747; 310)$

Exercice 2

Trouver les entiers p et q dont le PGCD est 12 et le rapport $\frac{7}{9}$

Exercice 3

Montrer que pour tout entier n , $\text{PGCD}(n^2 + 2n; n + 3)$ est égal à 3 si $n \equiv 0 \pmod{3}$ et à 1 sinon.

Exercice 4

1. On considère l'équation (E) : $11x - 7y = 5$, où x et y sont des entiers relatifs.

- (a) Justifier, en énonçant un théorème, qu'il existe un couple d'entiers relatifs $(u; v)$ tels que $11u - 7v = 1$. Trouver un tel couple.
- (b) En déduire une solution particulière de l'équation (E).
- (c) Résoudre l'équation (E).
- (d) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère la droite D d'équation cartésienne $11x - 7y - 5 = 0$. On note \mathcal{C} l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan tels que $0 \leq x \leq 50$ et $0 \leq y \leq 50$.

Déterminer le nombre de points de la droite D appartenant à l'ensemble \mathcal{C} et dont les coordonnées sont des nombres entiers.

2. On considère l'équation (F) : $11x^2 - 7y^2 = 5$, où x et y sont des entiers relatifs.

- (a) Démontrer que si le couple $(x; y)$ est solution de (F), alors $x^2 \equiv 2y^2 \pmod{5}$.
- (b) Soient x et y des entiers relatifs. Recopier et compléter les deux tableaux suivants :

Modulo 5, x est congru à	0	1	2	3	4
Modulo 5, x^2 est congru à					

Modulo 5, y est congru à	0	1	2	3	4
Modulo 5, $2y^2$ est congru à					

Quelles sont les valeurs possibles du reste de la division euclidienne de x^2 et de $2y^2$ par 5 ?

- (c) En déduire que si le couple $(x ; y)$ est solution de (F), alors x et y sont des multiples de 5.
3. Démontrer que si x et y sont des multiples de 5, alors le couple $(x ; y)$ n'est pas solution de (F). Que peut-on en déduire pour l'équation (F) ?

BONUS

Montrer que l'équation $x^3 - x^2 + x + 1 = 0$ n'a pas de solutions dans \mathbb{Q}